LOGIK UND MENGENLEHRE

ÜBUNGSBLATT 7

1. Man zeige, dass jeder endlichen Verband das kleinste und das großte Element besitzt.

2. Man zeichne die Hasse Diagramm der geordnete Menge $(D_{36}, |)$, wobei D_{36} die Menge aller naturliche Teilern von 36 ist, und die Ordnung ist die Divisibilität. Ist diese Menge ein Verband? Aber ein vollständiger Verband?

3. Man zeige, dass $(\mathbb{N}, |)$ ein vollständiger Verband ist, wobei die Ordnung die Divisibilität ist.

4. Man zeige, dass eine total geordnete Menge ein Verband ist. Ist es wahr aber, dass jede total geordnete Menge ein vollständiger Verband ist?

5. Ist es wahr, dass zwei total geordnete Mengen mit dieselbe Kardinalanzahl isomorph sind?

6. Man zeige, dass $(\mathbb{N}, \leq)$ ein Verband ist, aber nich ein vollständiger Verband. Mar erklärte warum widerspricht diese Eigenschaft nicht der Charakterisierung eines vollständigen Verbandes als eine geordnete Menge in der jede Teilmenge ein Infimum besitzt.

7. Sind $(L, \leq)$ und $(K, \leq)$ Verbände, so nennt man *Verbandshomomorphismus* eine Abbildund $f : L \to K$, so dass $f(x \wedge y) = f(x) \wedge f(y)$ und $f(x \vee y) = f(x) \vee f(y)$, wobei durch $\wedge$ und $\vee$ das Infimum bzw. das Supremum bezeichnet werden. Man zeige, dass wenn f ein Verbandshomomorphismus und bijektiv ist, dann die Inverseabbildung auch ein Verbandshomomorphismus ist. (So eine Abbildung *Verbandsisomorphismus* heißt.)

8. Man zeige, dass die Verbände $(D_{30}, |)$ und $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$ isomorph sind.

9. Man zeige, dass wenn $f : L \to K$ ein Verbandshomomorphismus, dann f auch ein Ordnungshomomorphismmus (d.h. wachsend) ist. Man zeige, dass die umgekehrte Implikation nicht gilt.

10. Man zeige, dass eine Abbilgund $f : L \to K$ zwischen zwei Verbände genau dann ein Ordnungsisomorphismus ist, wenn sie ein Verbandsisomorphismus ist.

"Babeş-Bolyai" Universität, Fakultät für Mathematik und Informatik, RO-400084, Cluj-Napoca, Rumänien

E-mail address, George Ciprian Modoi: `cmodoi@math.ubbcluj.ro`